

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«Магнитогорский государственный технический университет им Г.И Носова»

Кафедра механики

Контрольная работа по дисциплине «Сопротивление материалов»

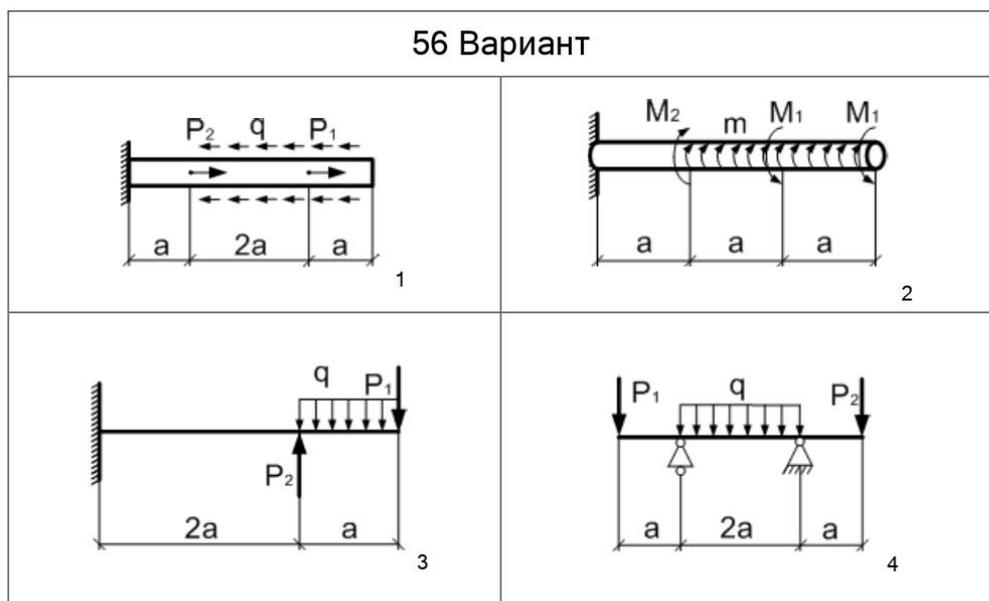
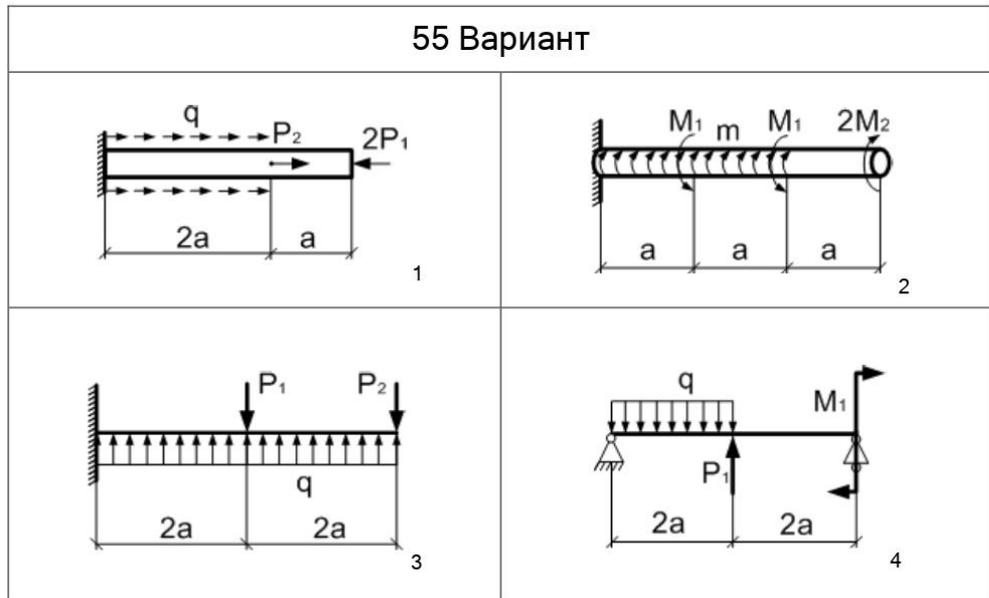
Вариант № 56

Выполнил(а): обучающийся (аяся) группы ЗАТБ- 20-11
Проверил: преподаватель

Насыров М.Ш.
Осипова О.А.

Магнитогорск 2023

Схемы задания



Задача № 1.

Построить эпюру продольной силы N для стержня, найти опасное сечение.

Дано:

$$q = 10 \frac{\text{кН}}{\text{м}};$$

$$P_1 = 10 \text{ кН};$$

$$P_2 = 20 \text{ кН};$$

$$a = 2 \text{ м}.$$

Решение:

Для решения задачи воспользуемся методом сечений. Разделим стержень на 3 участка и начнём расчёты со свободного незакреплённого конца, чтобы не находить реакции в жёсткой заделке.

I участок:

$$z = 0 \div 2 \text{ м};$$

$$N = -q \cdot z;$$

$$z = 0;$$

$$N = -10 \cdot 0 = 0 \text{ кН};$$

$$z = 2;$$

$$N = -10 \cdot 2 = -20 \text{ кН}.$$

II участок:

$$z = 0 \div 4 \text{ м};$$

$$N = -q \cdot a - q \cdot z + P_1 + P_2;$$

$$z = 0;$$

$$N = -10 \cdot 2 - 10 \cdot 0 + 10 = -10 \text{ кН};$$

$$z = 4;$$

$$N = -10 \cdot 2 - 10 \cdot 4 + 10 = -50 \text{ кН}.$$

III участок:

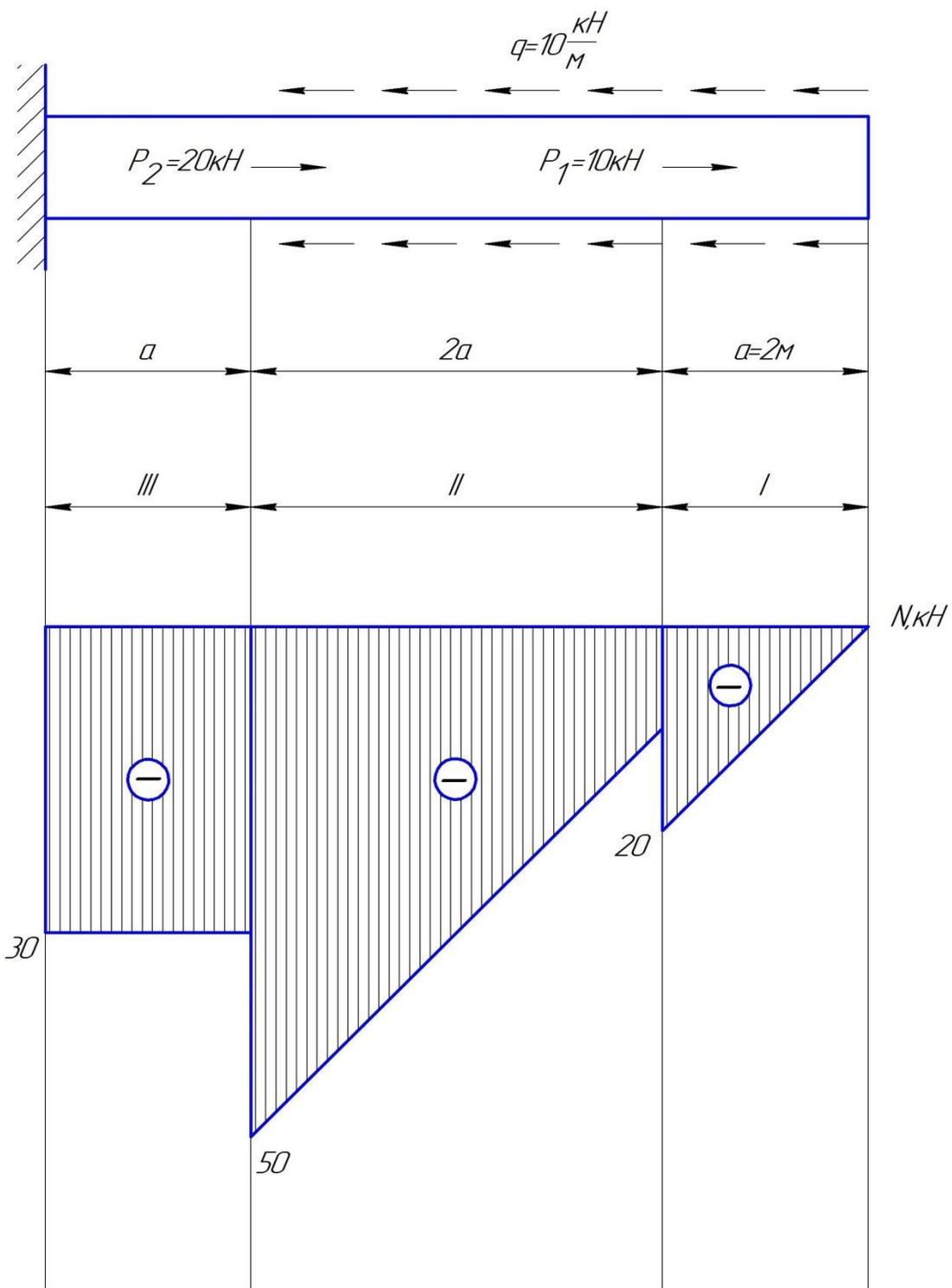
Продольных сил на III участке нет;

$$N = -q \cdot 3a + P_1 + P_2;$$

$$N = -30 \text{ кН}.$$

Ответ:

Опасное сечение будет на границе II и III участок, т.к. там действует $|N_{\max}| = 50 \text{ кН}$.



Задача № 2.

Построить эпюру крутящего момента $M_{кр}$ для вала, найти опасное сечение.

Дано:

$$m = 5 \frac{\text{кНм}}{\text{м}};$$

$$M_1 = 10 \text{ кНм};$$

$$M_2 = 20 \text{ кНм};$$

$$a = 2 \text{ м}.$$

Решение:

Для решения задачи воспользуемся методом сечений. Разделим вал на 3 участка и начнём расчёты со свободного незакреплённого конца, чтобы не находить реакции в жёсткой заделке.

I участок:

$$z = 0 \div 2 \text{ м};$$

$$M_{кр} = M_1 - m \cdot z;$$

$$z = 0;$$

$$M_{кр} = 10 - 5 \cdot 0 = 10 \text{ кНм};$$

$$z = 2;$$

$$M_{кр} = 10 - 5 \cdot 2 = 0 \text{ кНм}.$$

II участок:

$$z = 0 \div 2 \text{ м};$$

$$M_{кр} = M_1 - m \cdot a - m \cdot z + M_1;$$

$$z = 0;$$

$$M_{кр} = 10 - 5 \cdot 2 - 5 \cdot 0 + 10 = 10 \text{ кНм};$$

$$z = 2;$$

$$M_{кр} = 10 - 5 \cdot 2 - 5 \cdot 2 + 10 = 0 \text{ кНм}.$$

III участок:

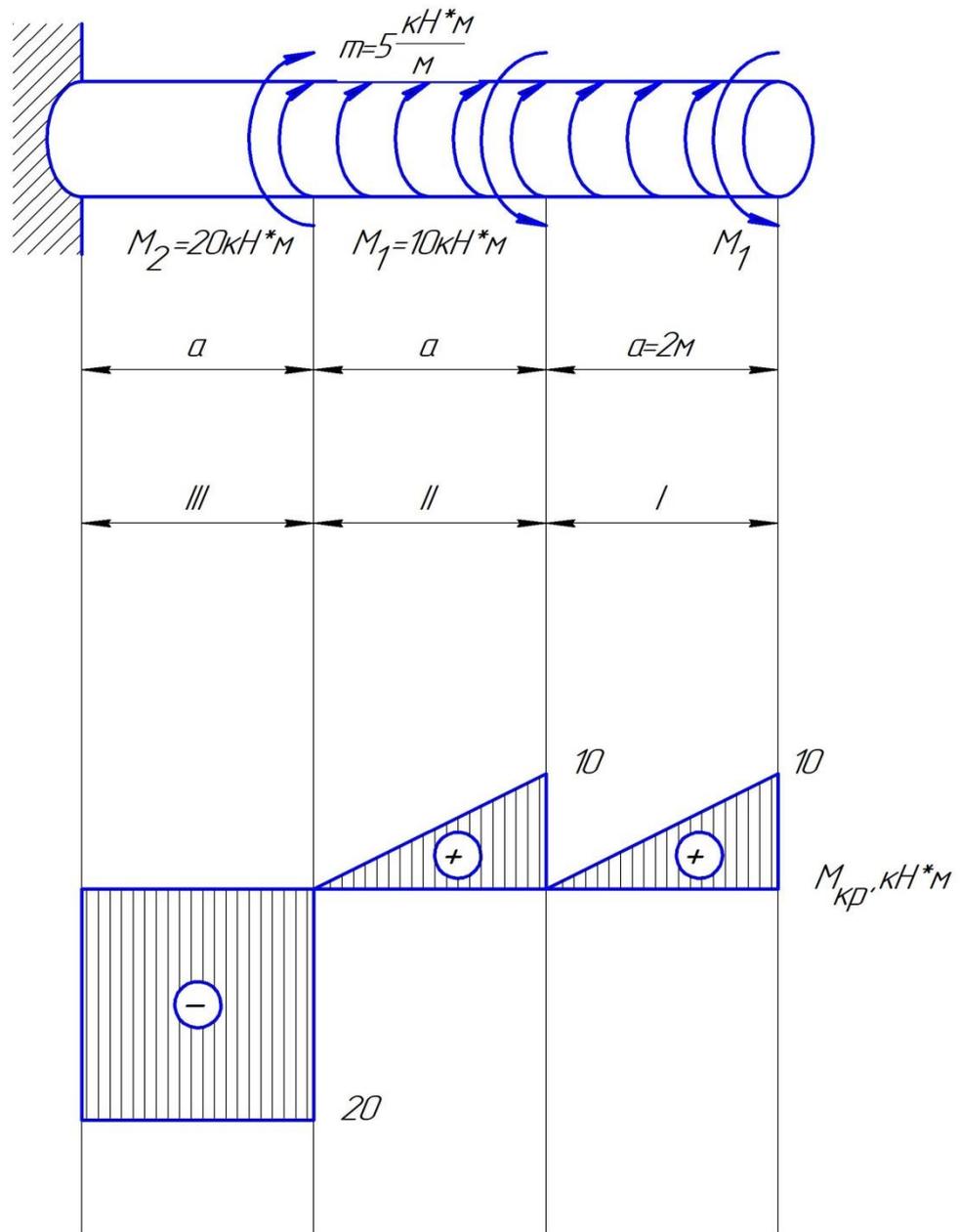
$$M_{кр} = 2M_1 - m \cdot 2a - M_2;$$

$$M_{кр} = 10 \cdot 2 - 5 \cdot 4 - 20 = -20 \text{ кНм}.$$

Ответ:

Опасное сечение будет на границе II и III участок, т.к. там действует

$$|M_{кр_{\max}}| = 20 \text{ кНм}.$$



Задача № 3.

Построить эпюры поперечной силы Q и крутящего момента M для балки, найти опасное сечение.

Дано:

$$q = 10 \frac{\text{кН}}{\text{м}};$$

$$P_1 = 10 \text{ кН};$$

$$P_2 = 20 \text{ кН};$$

$$a = 2 \text{ м}.$$

Решение:

Для решения задачи воспользуемся методом сечений. Разделим балку на 2 участка и начнём расчёты со свободного незакреплённого конца, чтобы не находить реакции в жёсткой заделке.

I участок:

$$z = 0 \div 2 \text{ м};$$

$$Q = -P_1 - q \cdot z;$$

$$M = -P_1 \cdot z - q \cdot z \cdot \frac{a}{2};$$

$$z = 0;$$

$$Q = -10 - 10 \cdot 0 = -10 \text{ кН};$$

$$M = -10 \cdot 0 - 10 \cdot 0 \cdot \frac{2}{2} = 0;$$

$$z = 2;$$

$$Q = -10 - 10 \cdot 2 = -30 \text{ кН};$$

$$M = -10 \cdot 2 - 10 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = -40 \text{ кНм};$$

II участок:

$$z = 0 \div 4 \text{ м};$$

$$Q = -P_1 - q \cdot a + P_2 = -10 - 10 \cdot 2 + 20 = -10 \text{ кН};$$

$$M = -P_1 \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} + P_2 \cdot z;$$

$$z = 0;$$

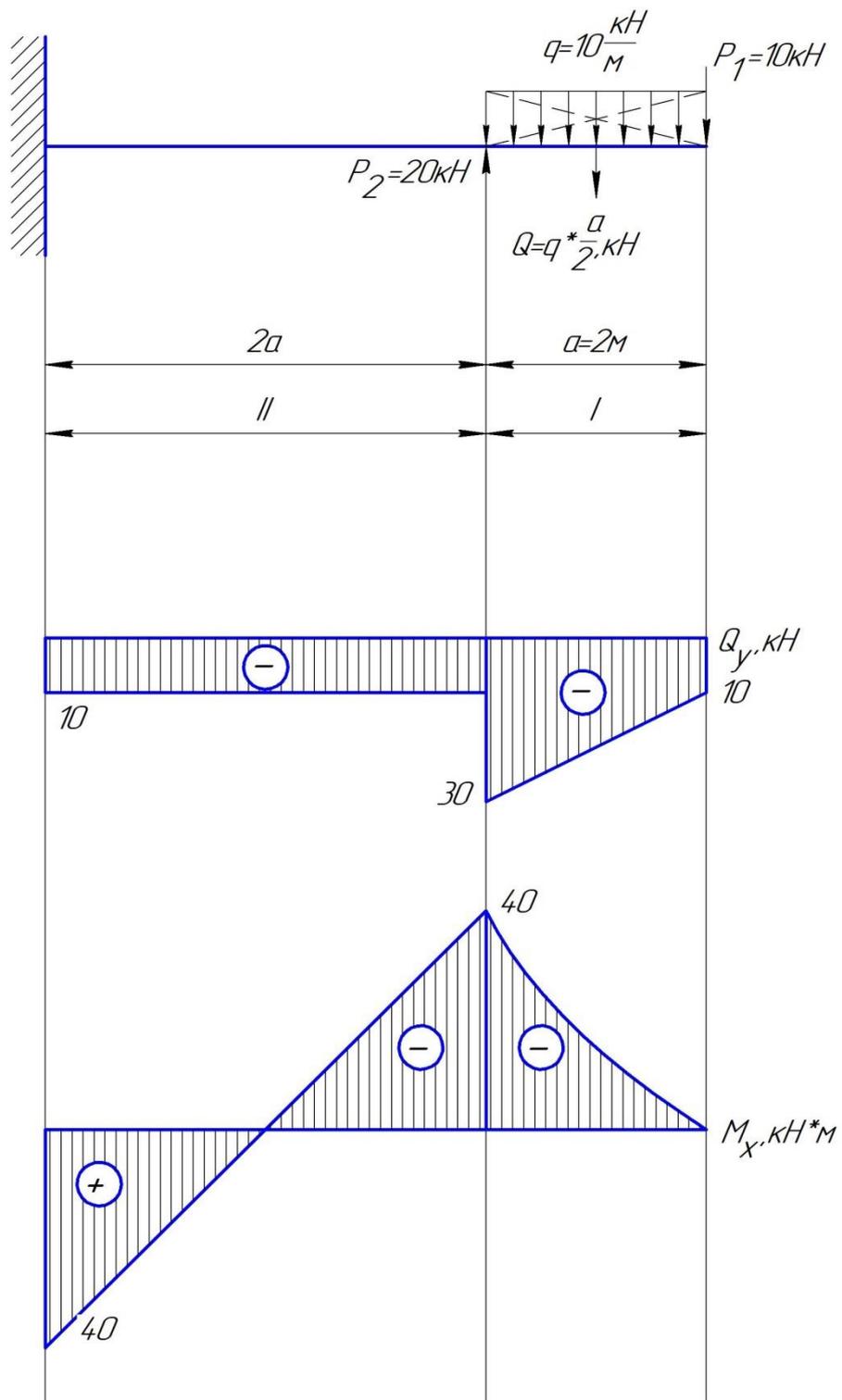
$$M = -10 \cdot 2 - 10 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} + 20 \cdot 0 = -40 \text{ кНм};$$

$$z = 4;$$

$$M = -10 \cdot 2 - 10 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} + 20 \cdot 4 = 40 \text{ кНм};$$

Ответ:

Опасное сечение будет на границе участков и в конце II участка, т.к. там действует $|M_{\max}| = 40 \text{ кНм}$.



Задача № 4.

Построить эпюры поперечной силы Q и крутящего момента M для балки, найти опасное сечение.

Дано:

$$q = 10 \frac{\text{кН}}{\text{м}};$$

$$P_1 = 10 \text{ кН};$$

$$P_2 = 20 \text{ кН};$$

$$a = 2 \text{ м}.$$

Решение:

Для решения задачи сначала найдём реакции опор:

$$\sum M_A = 0;$$
$$P_1 \cdot a - q \cdot 2a \cdot a + R_B \cdot 2a - P_2 \cdot (2a + a) = 0;$$
$$R_B = \frac{10 \cdot 8 - 10 \cdot 2 + 20 \cdot 6}{4} = 45 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0;$$
$$-P_2 \cdot a + q \cdot 2a \cdot a - R_A \cdot 2a + P_1 \cdot (2a + a) = 0;$$
$$R_A = \frac{10 \cdot 8 - 20 \cdot 2 + 10 \cdot 6}{4} = 25 \text{ кН}.$$

Проверяем:

$$\sum F = 0;$$
$$P_1 - R_A + q \cdot 2a - R_B + P_2 = 0;$$
$$10 - 45 + 10 \cdot 2 - 25 + 20 = 0;$$
$$0 = 0.$$

Далее воспользуемся методом сечений. Разделим балку на 3 участка и начнём расчёты слева направо.

I участок:

$$z = 0 \div 2 \text{ м};$$
$$Q = -P_1 = -10 \text{ кН};$$
$$M = -P_1 \cdot z;$$
$$z = 0;$$
$$M = -10 \cdot 0 = 0;$$
$$z = 2;$$
$$M = -10 \cdot 2 = -20 \text{ кНм};$$

II участок:

Так как в начале второго участка находится опорная реакция на эпюре поперечной силы произойдёт скачок в положительном направлении на величину равную $R_A = 25 \text{ кН}$.

$$z = 0 \div 4 \text{ м};$$
$$Q = -P_1 + R_A - q \cdot z;$$
$$M = -P_1 \cdot (2 + z) + R_A \cdot z - q \cdot z \cdot \frac{z}{2};$$
$$z = 0;$$
$$Q = -10 + 25 - 10 \cdot 0 = 15 \text{ кН};$$

$$M = -10 \cdot (2 + 0) + 25 \cdot 0 - 10 \cdot 0 \cdot 0 = -20 \text{ кНм};$$

$$z = 4;$$

$$Q = -10 + 25 - 10 \cdot 4 = -25 \text{ кН};$$

$$M = -10 \cdot (2 + 4) + 25 \cdot 4 - 10 \cdot 4 \cdot 2 = -40 \text{ кНм};$$

На данной участке поперечная сила пересекает нулевую линию, значит на эпюре изгибающих моментов этой точке будет экстремум функции. Сразу же найдём такое значение z при котором $Q = 0$. Получим следующее:

$$0 = -P_1 + R_A - q \cdot z;$$

$$0 = -10 + 25 - 10 \cdot z;$$

$$z = 1,5 \text{ м.}$$

Найдём значение M в этой точке:

$$M = -10 \cdot (2 + 1,5) + 25 \cdot 1,5 - 10 \cdot 1,5 \cdot 0,75 = -8,75 \text{ кНм.}$$

III участок:

Так как в начале третьего участка находится опорная реакция на эпюре поперечной силы произойдёт скачок в положительном направлении на величину равную $R_B = 45 \text{ кН}$.

$$z = 0 \div 2 \text{ м};$$

$$Q = -P_2 = -20 \text{ кН};$$

$$M = -P_1 \cdot (3a + z) + R_A \cdot (2a + z) - q \cdot 2a \cdot \left(\frac{2a}{2} + z\right) + R_B \cdot z;$$

$$z = 0;$$

$$M = -10 \cdot (6 + 0) + 25 \cdot (4 + 0) - 10 \cdot 4 \cdot (2 + 0) + 45 \cdot 0 = -40 \text{ кНм};$$

$$z = 2;$$

$$M = -10 \cdot (6 + 2) + 25 \cdot (4 + 2) - 10 \cdot 4 \cdot (2 + 2) + 45 \cdot 2 = 0 \text{ кНм};$$

Ответ:

Опасное сечение будет на границе II и III участка, т.к. там действует $|M_{\max}| = 40 \text{ кНм}$.

