

Министерство сельского хозяйства и продовольствия РФ
Московский государственный агроинженерный университет
им. В.П. Горячкина

Бочаров Н.И.
Пылаев Б.В.
Заводнов С.В.

**Задание по курсу “сопротивление материалов”
для студентов факультета заочного образования**

Москва 1998 г

Указания к выполнению контрольных работ

Каждая контрольная работа должна быть выполнена в отдельной тетради с полями для заметок преподавателя. В конце тетради необходимо оставить чистый лист для рецензии. На обложке надо обязательно указать шифр, факультет, отделение, фамилию и инициалы студента. Небрежно оформленные работы не рецензируются и возвращаются обратно.

К выполнению контрольных работ необходимо приступить после изучения по учебнику соответствующего раздела курса. После изучения теоретического материала по данной теме надо разобрать решенные задачи, которые приведены в учебнике, а затем решить несколько задач самостоятельно. Только после этого следует переходить к выполнению контрольных работ.

Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие с числовыми данными и составить аккуратный чертеж, на котором должны быть указаны в числах все величины, необходимые для расчета. Решение надо доводить до числового ответа.

Результаты расчета должны быть нанесены на схеме, графике или чертеже с указанием числовых значений.

Схему и числовые данные к каждой задаче необходимо брать в соответствии с шифром личного дела. Предпоследняя цифра шифра соответствует номеру варианта (схемы) для данной задачи. Последняя цифра шифра определяет номер строки в таблице данных, необходимых для решения задачи. Из таблицы необходимо брать только те величины, которые требуются для решения данной задачи.

Если контрольная работа не зачтена, необходимо на отдельных листках сделать исправления и выслать на повторную рецензию, приложив первоначальный вариант.

В качестве основных учебников рекомендуются:

Феодосьев В.И. Сопротивление материалов

Степин П.А. Сопротивление материалов

Беляев Н.М. Сопротивление материалов

ЗАДАЧА № 1 Расчет сечений стержней фермы.

Для заданного варианта определить усилие во всех стержнях металлоконструкции (рис.1). Для узла К подобрать по условию прочности сечения стержней, каждый из которых составлен из двух разнобоких уголков. Допускаемые напряжения определить в зависимости от указанного материала

$$[\sigma_p] = \sigma_T / n_T, \quad [\sigma_c] = 0,6[\sigma_p],$$

значения σ_T принять по таблице 1а, а n_T взять из таблицы 1 наряду с другими условиями. Рассчитать сварное соединение уголков с косынкой (для узла К), принять $[\tau_{св}] = 100$ МПа.

Таблица 1

№ строки	Материал	Коэфф. запаса n_T	a, м	b, м	c, м	P, кН
0	Ст. 3	1,8	1,0	1,5	0,8	175
1	Ст. 4	1,9	1,2	1,7	1,0	185
2	Ст. 2	2,0	1,5	2,0	1,2	150
3	Ст. 5	2,2	1,8	2,2	1,4	160
4	Ст. 4	2,4	2,0	2,5	1,6	120
5	Ст. 5	2,6	2,2	3,0	2,0	130
6	Ст. 2	2,5	2,5	3,2	2,2	140
7	Ст. 3	1,7	1,7	2,8	1,7	170
8	Ст. 4	1,6	1,4	2,4	1,5	190
9	Ст. 3	1,4	1,3	1,8	1,3	180

Таблица 1а

Механические характеристики сталей

№ п/п	Марка стали	σ_B , МПа	σ_T , МПа	δ , %	Предел выносливости, МПа	
					изгиб σ_{-1}	кручение τ_{-1}
					1	1
1	Ст. 2. 10	300	180	31	160	80
2	Ст. 3. 20	400	220	25	180	100
3	Ст. 4. 30	500	260	21	200	120
4	Ст. 5. 40	600	300	19	230	140
5	Ст. 6. 50	800	340	14	270	175
6	40X	900	750	9	230	170
7	30XM	950	750	12	350	280

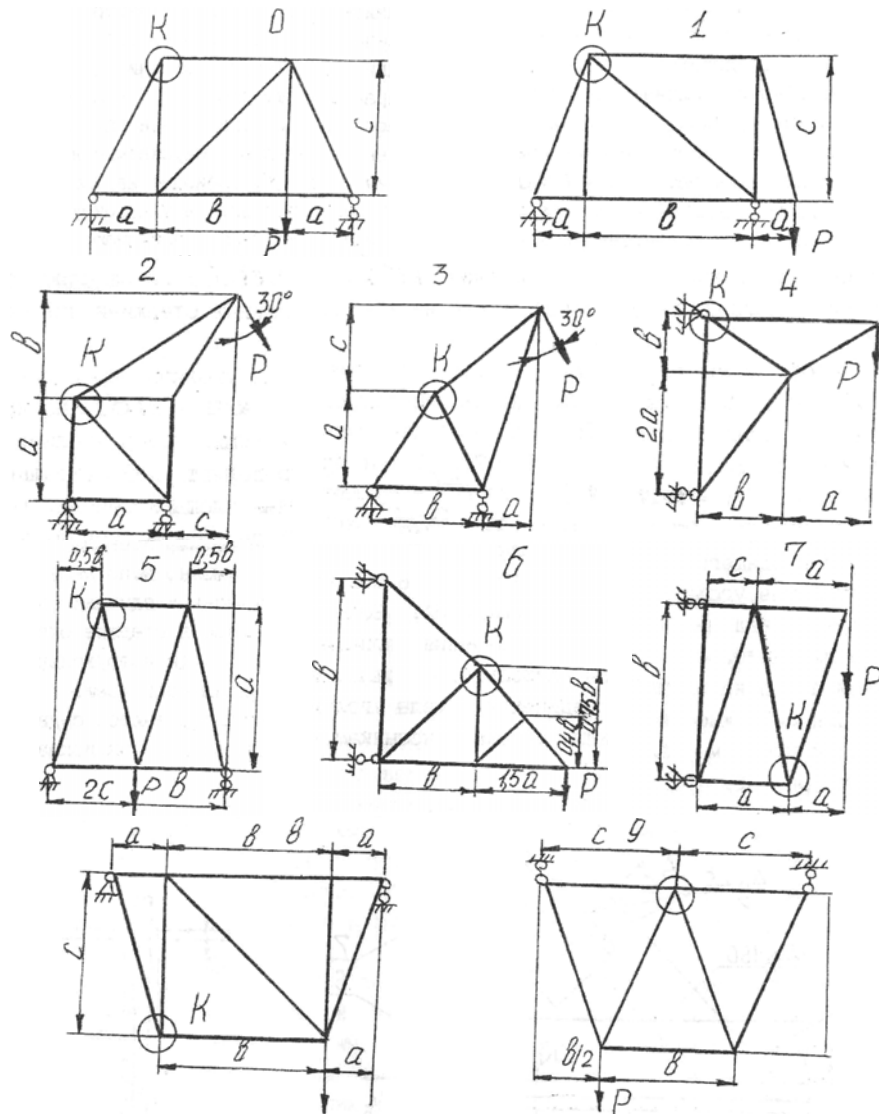


Рис. 1

Методические указания

В начале следует определить опорные реакции с помощью уравнений статики и проверить их по дополнительному условию. Внутренние усилия в стержнях находят методом сечения (вырезанием узлов), обходя последовательно узлы конструкции и используя последний (с уже известными усилиями) для контроля правильности расчета. Знак нормальных усилий положителен при растяжении и отрицателен при сжатии. При подборе сечения прежде всего определяют допускаемые напряжения: для растяжения $[\sigma_p] = \sigma_T / n_T$, где σ_T выбирают из таблицы 1а по заданной марке стали. Полученное значение (в МПа) округляют до цифры, оканчивающейся на нуль или 5. На сжатие принимают пониженное допускаемое напряжение $[\sigma_c] = 0,6[\sigma_p]$ из-за опасности потери устойчивости (продольного изгиба) длинных стержней при сжатии.

Необходимая площадь поперечного сечения уголков определяется по условию прочности для растяжения-сжатия: $N/2F_{уг} \leq [\sigma]$. По найденной площади выбирается наиболее подходящий номер уголков из таблицы сортамента ГОСТ 8509-72. Затем определяют действительное напряжения $\sigma_d = N/2F_{уг}^{таб}$, где $F_{уг}^{таб}$ – табличная площадь сечения выбранного уголка. Отклонение $\Delta\sigma = \{(\sigma_d - [\sigma]) / [\sigma]\} \cdot 100$ не должно превышать + 5%. Если подходящего номера уголка в таблице нет, можно использовать неравнобокие уголки (ГОСТ 8510-72). В исключительных случаях допускается недонапряжение и более 5%. Если усилие в стержне очень малое или нулевое, площадь сечения принимается (конструктивно) равной половине площади наибольшего уголка, входящего в узел.

Для возможности соединения в узлы уголки привариваются с двух сторон к плоским стальным листам – косынкам (фасонкам) как показано на рис 2.

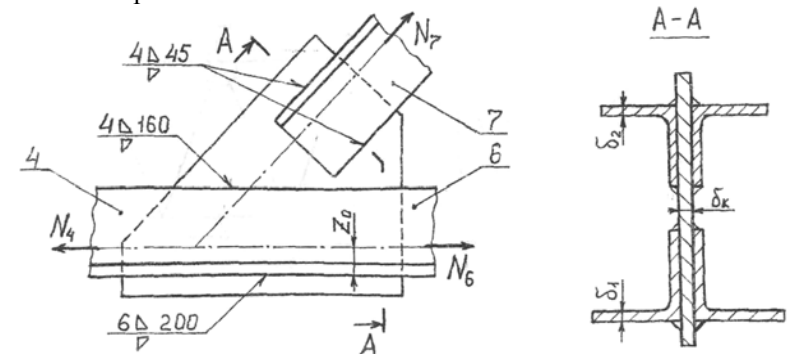


Рис. 2

Каждый уголок передает усилие $N_{yr} = N/2$, линия действия его проходит через центр тяжести сечения, координаты которого z_0 или x_0, y_0 находятся по таблицам сортамента. Центр тяжести смещен к обушку уголка и шов со стороны обушка будет более нагруженным, чем шов со стороны пера. Поэтому толщину шва со стороны обушка выбирают в 1,5 раза большей, чем со стороны пера, а последняя выбирается равной толщине полки уголка δ или на 1–2 мм меньше. Толщина косынки выбирается равной удвоенной толщине полки.

Для расчета швов определяют усилия, приходящиеся на швы со стороны обушка $S_{об}$ и пера $S_{п}$, которые связаны следующими соотношениями: $S_{об} + S_{п} = N/2$; $S_{об} / S_{п} = (b - z_0) / z_0$.

Длины швов рассчитывают по условиям прочности на срез $\tau_{max} = S/F_{ср} \leq [\tau]_{св}$. Для шва со стороны пера $\frac{S_{п}}{0,7 \cdot \delta \cdot l_n} \langle [\tau]_{св} \rangle$, где расчетная высота шва $h = 0,7\delta$ (по биссекторному сечению); со стороны обушка $\frac{S_{об}}{1,5 \cdot 0,7 \cdot \delta \cdot l_{об}} \langle [\tau]_{св} \rangle$.

Расчетные длины швов увеличивают на 10 мм для компенсации некачественных участков по концам швов (непровар, кратер) и округляют до числа, оканчивающегося на 0 или 5. Минимальная длина шва – не менее 40 мм, в том числе и для нулевых стержней.

Чертеж узла необходимо выполнить в масштабе 1:5, указать номера профилей у обозначения швов по ГОСТ 2.812-68. Знак шва представляет наклонную одностороннюю стрелку с полкой, на которой располагается обозначение шва в следующем порядке: вид сварки (электродуговая не обозначается), катет шва, условное обозначение типа шва, длина шва в мм. Например, обозначение $\sqrt{\frac{8 \Delta 210}{210}}$ соответствует шву, выполненному электродуговой сваркой (без обозначения) с катетом 8 мм, углового типа, длиной 210 мм. Обозначение сверху полки относится к видимому шву, снизу – к невидимому (за плоскостью чертежа).

Профили обрезаются перпендикулярно осям, центральные оси должны сходиться в центре узла, минимальные расстояния между профилями должны быть 5–10 мм. Габариты косынки определяются расположением швов, причем косынка должна быть очерчена прямыми линиями и представлять многоугольник без входящих углов.

ЗАДАЧА № 2 Кручение круглого вала

На равномерно вращающемся валу, круглого сечения, установлены 5 шкивов, один из которых – ведущий.

Необходимо:

1. построить эпюру крутящего момента и отметить наиболее опасный участок;
2. определить необходимый диаметр вала по условиям прочности и жесткости и округлить его до ближайшего стандартного;
3. найти по соответствующему условию диаметр полого трубчатого вала и достигаемую экономию металла;
4. построить эпюру угла закручивания.

Схему вала принять по рис.4, данные взять из табл. 2.

Методические указания

Величины внешних скручивающих моментов, приложенных к шкивам, находят по известной мощности N_i и числу оборотов: $M_i = 9,6 N_i/n$, кНм. Мощность, передаваемую пятым шкивом, определяют из условия равновесия статики в форме: $\sum M_i = 0$. Моменты внутренних сил или крутящих моментов находят методом сечений. Сначала разбивают вал на участки (между соседними шкивами), затем на каждом участке выбирают произвольное сечение (рис.3). Крутящий момент в этом сечении равен алгебраической сумме моментов внешних сил, лежащих по одну сторону от сечения. В пределах каждого участка крутящий момент постоянен. Знак крутящего момента определяют по знаку внешних моментов: положительным считается направление против движения часовой стрелки при взгляде на сечение вала вдоль его оси. При этом можно рассматривать любую часть вала по одну сторону от сечения.

1) Для вала на рис.3 крутящие моменты по участкам:

$$M_k^I = M_1 \quad M_k^{II} = M_1 + M_2; \text{ и т.д.}$$

Тот же результат получится, если рассматривать правые части:

$$M_k^{III} = -M_3, M_k^{IV} = -M_3 + M_{дв}, M_k^V = -M_3 + M_{дв} - M_2$$

Под рисунком вала наносят ось эпюры крутящего момента, от которой откладываются в масштабе значения: положительные – вверх, отрицательные – вниз. Опасным будет участок с наибольшим по абсолютной величине моментом.

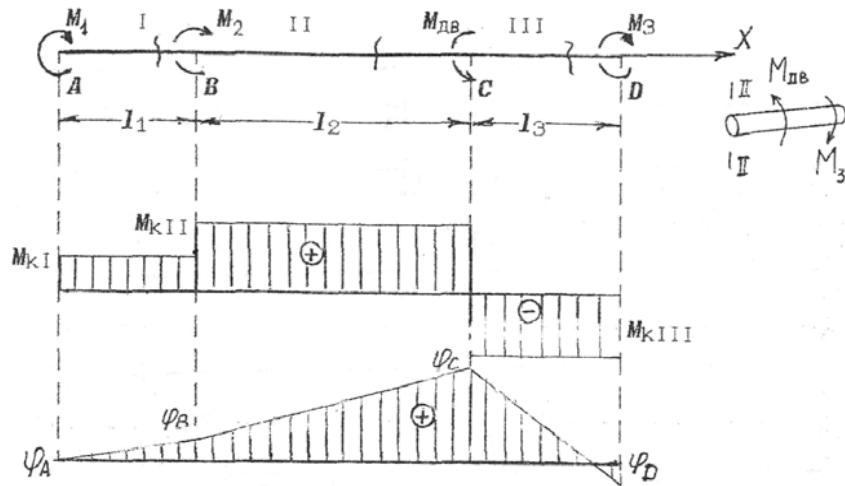


Рис. 3

2) Необходимый диаметр вала определяют по наибольшему моменту двух условий: прочности $\tau_{\max} = M_{\max}/W_p \leq [\tau]$ и жесткости $\theta_{\max} = M_{\max}^{\max} / G \cdot J_p \leq [\theta]$, здесь $W_p = 0,2d^3$, а $J_p = 0,1 d^4$

Из двух полученных значений надо выбрать наибольшее и округлить до стандартного размера, приняв его из следующего ряда: 25, 28, 30, 32, 40, 42, 45, 50, 52, 55, 60, 62, 65, 70, 72, 75, 80, 85, 90, 95, 100 мм.

3) Диаметр полого вала рассчитывают по тем же условиям, а значения моментов сопротивления $W_p = 0,2d_n^3 (1 - \alpha^4)$, и инерции $J_p = 0,1d_n^4 (1 - \alpha^4)$, где $\alpha = d_b/d_n$ принять равным 0,8.

Углы закручивания находят по участкам, пользуясь зависимостью

$$\varphi_i = \frac{M_{xi} \cdot X_i \cdot 180}{G \cdot J_p \cdot \pi} \text{ град.}$$

Как видно, значение угла закручивания изменяется по линейному закону, знак угла определяется знаком момента. Конкретные значения углов определяют для границ участков, принимая на левом конце начало координат $\varphi_a = 0$. Для других границ

$$\varphi_b = \varphi_a \frac{M_k^I \cdot l_1 \cdot 180}{G \cdot J_p \cdot \pi} \quad \varphi_c = \varphi_b \frac{M_k^{II} \cdot l_2 \cdot 180}{G \cdot J_p \cdot \pi} \text{ и т.д.}$$

Значения угла наносятся на эпюру под схемой вала, эпюра штрихуется вертикальными линиями, как и эпюра M_k . На обеих эпюрах надо? указывать числовые значения.

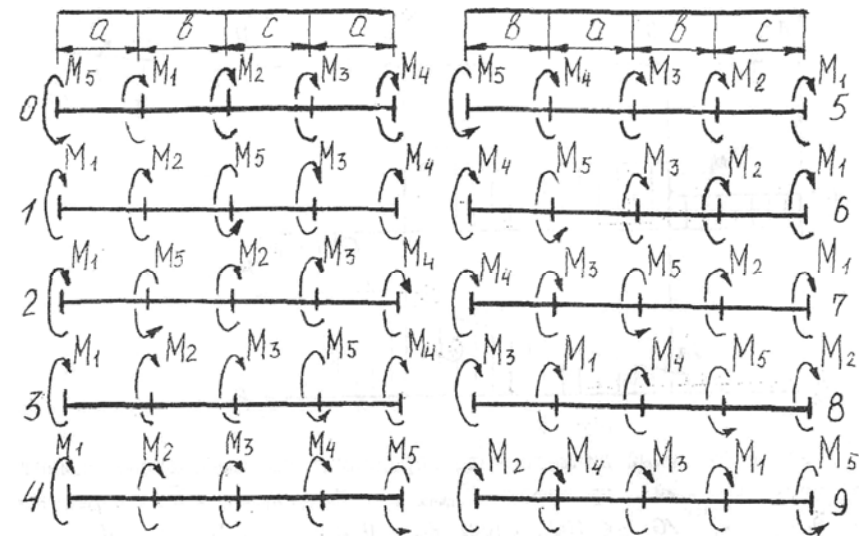


Рис. 4

Таблица 2

№	Передаваемая мощность, кВт				Длина участка, м			n, об/мин	МПа	[θ]·10 ³ , рад/м
	N ₁	N ₂	N ₃	N ₄	a	b	c			
0	100	75	40	65	1,0	2,0	1,1	1200	100	10
1	90	50	50	75	1,2	1,8	1,8	1000	95	9
2	80	75	60	45	1,4	1,6	1,0	800	85	8
3	70	50	70	55	1,6	1,4	1,2	600	75	7
4	60	75	80	85	1,8	1,2	0,8	700	80	7,5
5	75	50	90	95	2,0	1,0	0,7	800	90	8,5
6	85	75	100	40	1,7	1,1	1,4	1100	110	9,5
7	95	50	85	50	1,5	1,3	1,2	1800	120	10,5
8	105	75	75	60	1,3	1,5	1,6	750	115	9,75
9	60	50	65	70	1,1	1,7	1,5	850	105	8,75

ЗАДАЧА № 3 Изгиб стержня

Для заданных трех схем балок (рис.5) требуется написать выражения Q и M в общем виде на каждом участке, построить эпюры Q и M и подобрать:

- 1) для схемы "а" деревянную балку прямоугольного сечения при $h/b = 2$ и $[\sigma] = 8$ МПа;
- 2) для схемы "б" стальную балку двутаврового сечения при $[\sigma] = 160$ МПа
- 3) для схемы "в" стальную балку круглого сечения при $[\sigma] = 180$ МПа. Данные взять из таблицы 3

Таблица 3

№ строки	l_1 , м	l_2 , м	l_3 , м	P , кН	q , кН/м	M , кНм
0	0,5	2,0	2,8	10	5	50
1	1,0	1,5	2,6	20	15	10
2	1,5	1,0	2,4	30	20	15
3	2,0	0,5	2,2	40	10	20
4	2,5	1,0	2,0	10	6	40
5	0,5	2,0	1,8	20	8	30
6	1,0	1,5	1,6	30	10	20
7	1,5	2,0	1,4	40	12	10
8	2,0	1,0	1,2	50	8	20
9	2,5	0,5	1,0	20	10	30

Методические указания

Поперечная сила Q и изгибающий момент M определяются методом сечений. Величина поперечной силы Q в каком-либо поперечном сечении балки равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения на ось, перпендикулярную оси балки.

Величина изгибающего момента M в каком-либо поперечном сечении равна алгебраической сумме моментов всех внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения, относительно его центра тяжести.

Поперечная сила считается положительной, если равнодействующая внешних сил стремится сдвинуть левую часть балки вниз по отношению к правой. Изгибающий момент считается положительным, если результирующий момент внешних силы

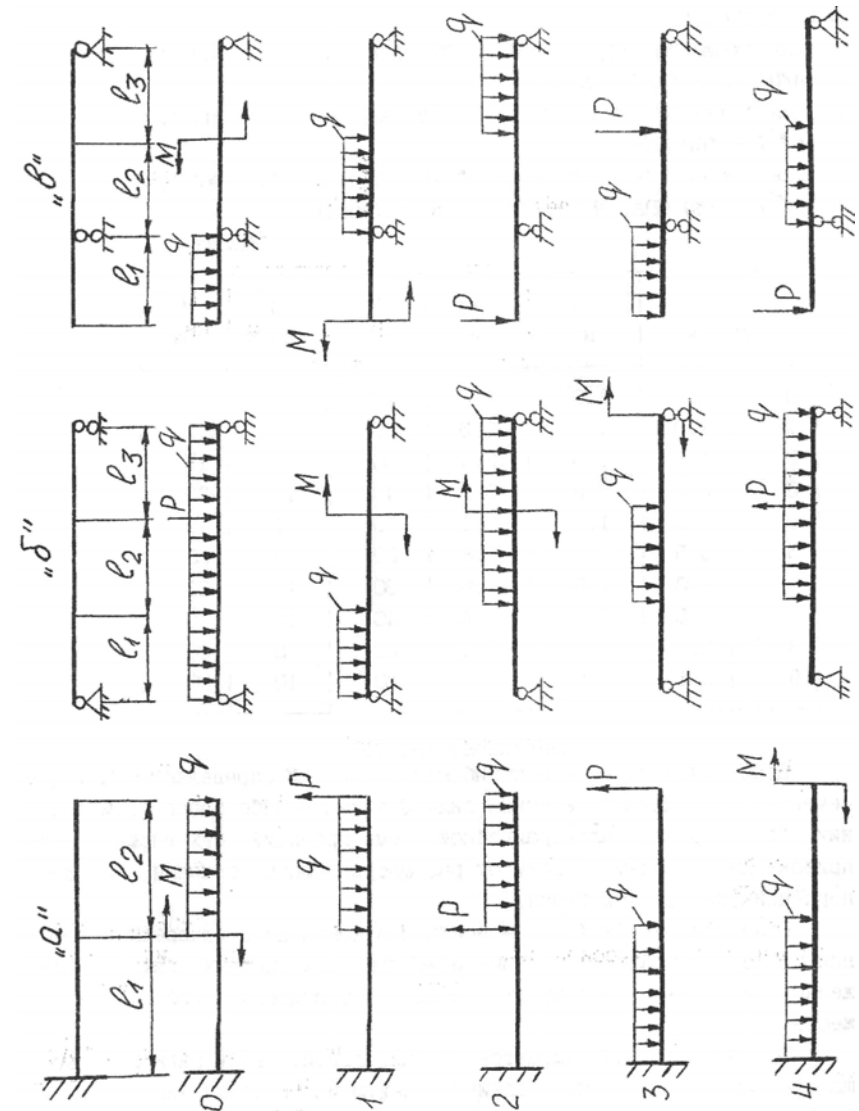


Рис. 5

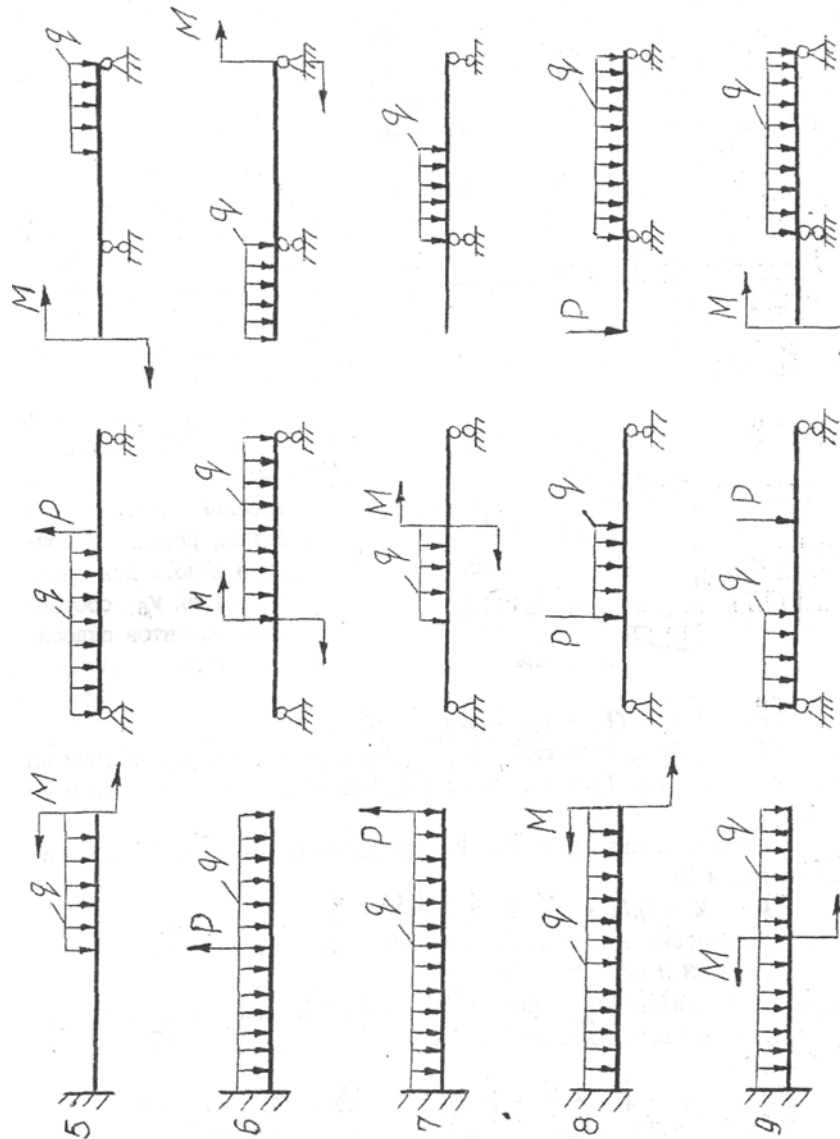
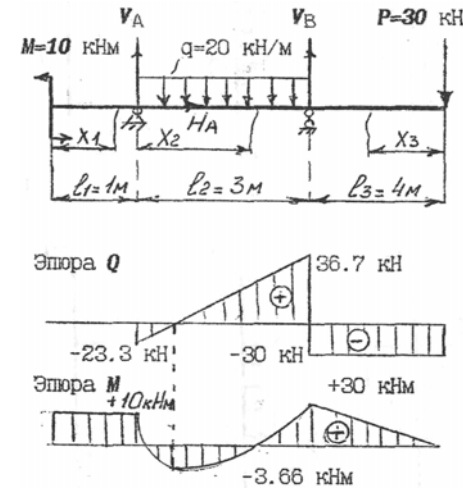


Рис. 5

стремится изогнуть банку выпуклостью вверх или момент внешних сил левой части направлен против часовой стрелки, а для правой – по часовой стрелке.

Положительные значения поперечной силы и момента откладываются вверх от осей эюр Q и M , параллельных оси балки. При этом изгибающий момент оказывается отложенным со стороны растянутых волокон балки.



Пример расчета

1. Определение реакций опор. В зависимости от типа опор показываем возможные реакции, направляя их вверх и направо. Составляем уравнения статики: сумма проекций всех внешних сил на ось X должна равняться нулю: $\Sigma P_{ix} = H_A = 0$ т.е. горизонтальная составляющая реакции в точке А равна нулю. Для определения реакции V_B составляем сумму моментов относительно точки А:

$$\Sigma M_A = M - P(l_1 + l_3) + V_B l_2 - ql_2 \cdot l_2 / 2 = 0$$

Здесь ql_2 – равнодействующая равномерно распределенной нагрузки на участке длиной l_2 , $l_2/2$ – плечо равнодействующей относительно точки А.

Для определения реакции V_A составим сумму моментов относительно точки В:

$$\Sigma M_B = M - V_A l_2 + ql_2 \cdot l_2 / 2 - Pl_3 = 0$$

После подстановки в уравнение числовых значений, получим

$$V_A = 23,3 \text{ кН}, V_B = 66,7 \text{ кН}.$$

Проверяем правильность определения реакций, для чего составляем сумму проекций всех внешних сил на ось Y , эта сумма должна равняться нулю:

$$\Sigma P_{iy} = V_A - ql_2 + V_B - P = 23,3 - 60 + 66,7 - 30 = 0$$

Следовательно, реакции вычислены, верно. Если реакция получается отрицательная, то ее истинное направление противоположно принятому и на схеме направление стрелки нужно изменить на обратное.

2. Построение эпюр Q_y и M_z .

Балка имеет три участка (I, II, III). На I участке возьмем произвольное сечение на расстоянии X_1 от левого конца балки, где поместим начало координат 1-го участка. Пределы изменения X_1 на 1-м участке: $0 \leq X_1 \leq 1$ м.

На II участке отсчет расстояния X_2 до сечения можно вести также от левого конца балки, тогда пределы изменения X_2 будут: $1 \leq X_2 \leq 4$. Однако удобнее начало координат перенести в начало II участка: пределы изменения X_2 : $1 \leq X_2 \leq 3$, что упростит выражения Q_y и M_z .

Для III участка удобнее рассматривать правую часть балки, поместив начало координат в правом конце участка и отсчитывая X_3 влево. На этом участке $0 \leq X_3 \leq 1$. При этом необходимо учитывать, что знаки поперечной силы и изгибающего момента будут для правой части противоположными, чем для сечений I и II.

Эпюра Q_y

I участок. Слева от сечения X_1 имеется только сосредоточенный момент, проекция которого на любую ось равна нулю, следовательно, $Q_{y1} = 0$.

II участок. Слева от сечения, кроме сосредоточенного момента имеется реакция V_A и часть распределенной нагрузки на длине X_2 , поэтому $Q_{y2} = -V_A + qX_2$ (уравнение прямой), где qX_2 – проекция равномерно распределенной нагрузки, находящейся левее сечения. Знаки перед V_A и qX_2 берутся в соответствии с приведенным выше правилом при расположении сил слева от сечения.

Для построения эпюры Q на этом участке достаточно вычислить два значения – в начале II участка при $X_2 = 0$; $Q_{y2} = -V_A = -23,3$ кН и в конце его при $X_2 = 3$ м; $Q_{y2} = -V_A + ql_2 = -23,3 + 60 = 36,7$ кН. Эти значения в определенном масштабе откладываем на эпюре Q . Заметим, что эпюра Q_y на этом участке пересекает ось X .

III участок. Справа от сечения расположена только сила P , следовательно, $Q_{y3} = -P = -30$ кН (внешняя сила поворачивает рассматриваемую часть по часовой стрелке). Так как в пределах всего участка поперечная сила постоянна, на эпюре проводим линию параллельно оси абсцисс.

Эпюра M_z

I участок. Сумма моментов внешних сил слева от сечения $M_{z1} = M = 10$ кНм т.е. $M_{z1} = const$ – балка испытывает чистый изгиб. Изгибающий момент положителен, т.к. внешний момент имеет направление против часовой стрелки (слева от сечения).

II участок. Составим выражение изгибающего момента в сечении на расстоянии X_2 , взяв сумму моментов всех внешних сил, приложенных слева от сечения, относительно его центра тяжести.

Здесь приложены: сосредоточенный момент, реакция V_A , плечо которой равно X_2 и равнодействующая части распределенной нагрузки qX_2 с плечом $X_2/2$, поэтому, с учетом знаков

$$M_{z2} = M - V_A X_2 + qX_2 X_2 / 2 = M - V_A X_2 + qX_2 X_2 / 2$$

– изгибающий момент изменяется по закону квадратной параболы. Для построения эпюры на этом участке необходимо иметь не менее трех точек, две из которых на границах участка: при $X_2 = 0$ $M_{z2} = 10$ кНм, при $X_2 = 3$ м $M_{z2} = 30$ кНм.

Третью точку следует взять в том месте, где поперечная сила проходит через нуль: $Q_y = -V_A + qX_2 = 0$. Откуда $X_2 = V_A/q = 1,16$ м. Значение изгибающего момента в этом сечении экстремально и равно

$$M_{extr} = M - V_A \cdot 1,16 + q \cdot 1,16^2 / 2 = -3,3 \text{ кНм.}$$

По полученным данным строим эпюру изгибающего момента на II участке.

III участок. Рассматриваем правую часть балки: $M_{z3} = PX_3$ – уравнение прямой линии.

Изгибающий момент положителен, т.к. справа от сечения направлен по часовой стрелке. Для построения эпюры M_z достаточно найти два значения момента на границах участка: при $X_3 = 0$ $M_{z3} = 0$; при $X_3 = 1$ м $M_{z3} = 30$ кНм. По этим данным строим эпюру M_z .

На эпюрах Q_y , M_z обязательно указать значения характерных ординат. В правильности построения легко убедиться, проверив их с помощью правил, указанных ниже. Прежде всего, необходимо проверить характер эпюр по участкам: на втором участке приложена распределенная нагрузка, поэтому эпюра Q_y представлена наклонной прямой, а эпюра M_z – криволинейная. Выпуклость эпюры M_z совпадает с направлением распределенной нагрузки q .

На III участке распределенная нагрузка отсутствует, поэтому Q_y постоянна, а M_z – линейная функция.

В местах приложения сосредоточенных сил (реакции опор, сила P) на эпюре Q_y имеются скачки, по величине равные приложенным силам. В месте приложения сосредоточенного момента будет скачок на эпюре M_z (на левом конце балки). Наконец, в месте II участка, где Q_y обращается в нуль, на эпюре M_z – экстремум.

Как видно из эпюр, наиболее опасным является сечение на опоре В, где максимальный по абсолютной величине изгибающий момент, равный 30 кНм. По этому моменту и следует подбирать сечение, используя для этого условие прочности: $\sigma_{max} = M_{max}/W_z \leq [\sigma]$, откуда $W_z \geq M_{max}/[\sigma]$

ЗАДАЧА № 4 Расчет вала на изгиб с кручением

На круглом сплошном валу установлены два ведомых шкива (или шестерни) с диаметрами D_1 и D_2 , передающие мощности N_1 и N_2 с помощью ременной или зубчатой передачи и один ведущий шкив (или шестерня) с диаметром D_3 (рис.7). Вал делает n об/мин. Определить необходимый диаметр вала по III теории прочности, если $[\sigma] = 160$ МПа. Данные взять из таблицы 4.

Таблица 4

№ строки	N_1 , кВт	N_2 , кВт	n , об/мин	D_1 , м	D_2 , м	D_3 , м	α°	l , м
0	17	12	1000	0,24	0,25	0,3	30	2,6
1	8	20	1000	1,15	0,2	0,3	30	1,4
2	9	18	1500	0,2	0,25	0,2	60	1,6
3	10	16	2000	0,18	0,30	0,3	45	1,8
4	11	14	2500	0,2	0,35	0,20	45	2,0
5	12	10	1500	0,22	0,40	0,35	30	2,4
6	13	16	1000	0,15	0,35	0,25	60	2,6
7	14	18	1400	0,18	0,35	0,2	30	2,8
8	15	10	1200	0,2	0,25	0,15	45	3,0
9	16	14	1600	0,22	0,2	0,1	60	2,8

Методические указания

Силы натяжения ремня (T и t) и силы давления на зубья шестерни (P_1 и P_2) не приложены непосредственно к валу, поэтому приведем эти силы к центру тяжести сечения вала и рассмотрим деформации вала.

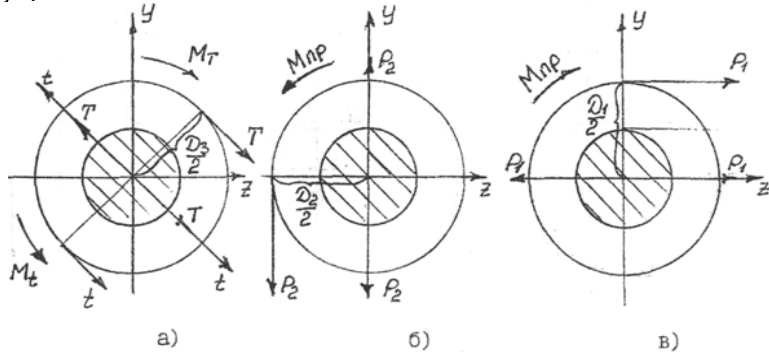


Рис.6

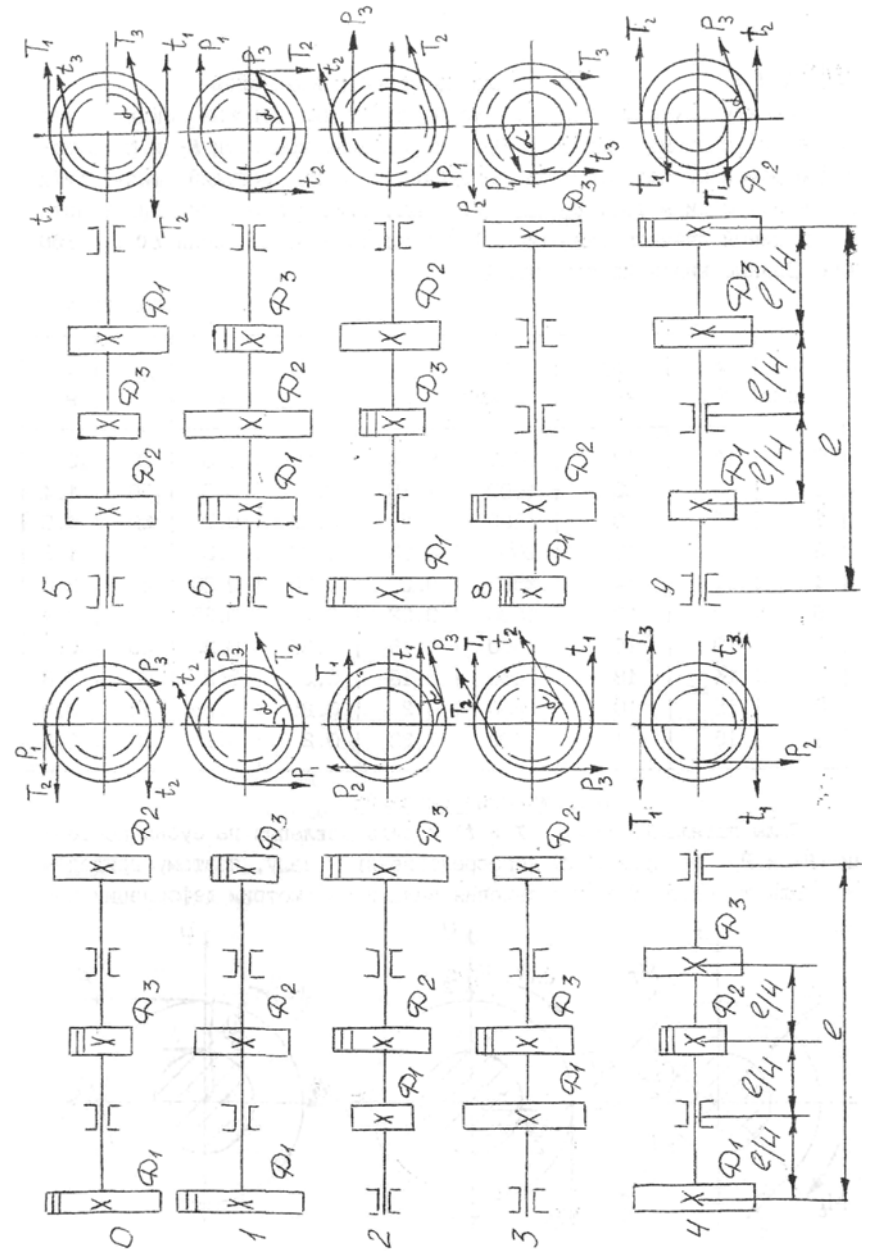


Рис. 7

На рис.6, а T – сила натяжения ведущей ветви ремня, t – сила натяжения ведомой ветви ремня. Можно приближенно считать $T = 2t$.

Приведем силу T к центру тяжести сечения вала: тогда пара сил с моментом $M_T = TD_3/2$ – вызывает кручение, а сила T – изгиб вала в наклонной плоскости. В свою очередь, пара сил с моментом $M_t = tD_3/2$ вызывает кручение в противоположную сторону, а сила в центре тяжести сечения совместно с силой T вызывает изгиб, общая изгибающая сила $R = T + t = 3t$, а результирующий момент на валу

$$M_k = T \cdot D_3/2 - t \cdot D_3/2 = t \cdot D_3/2.$$

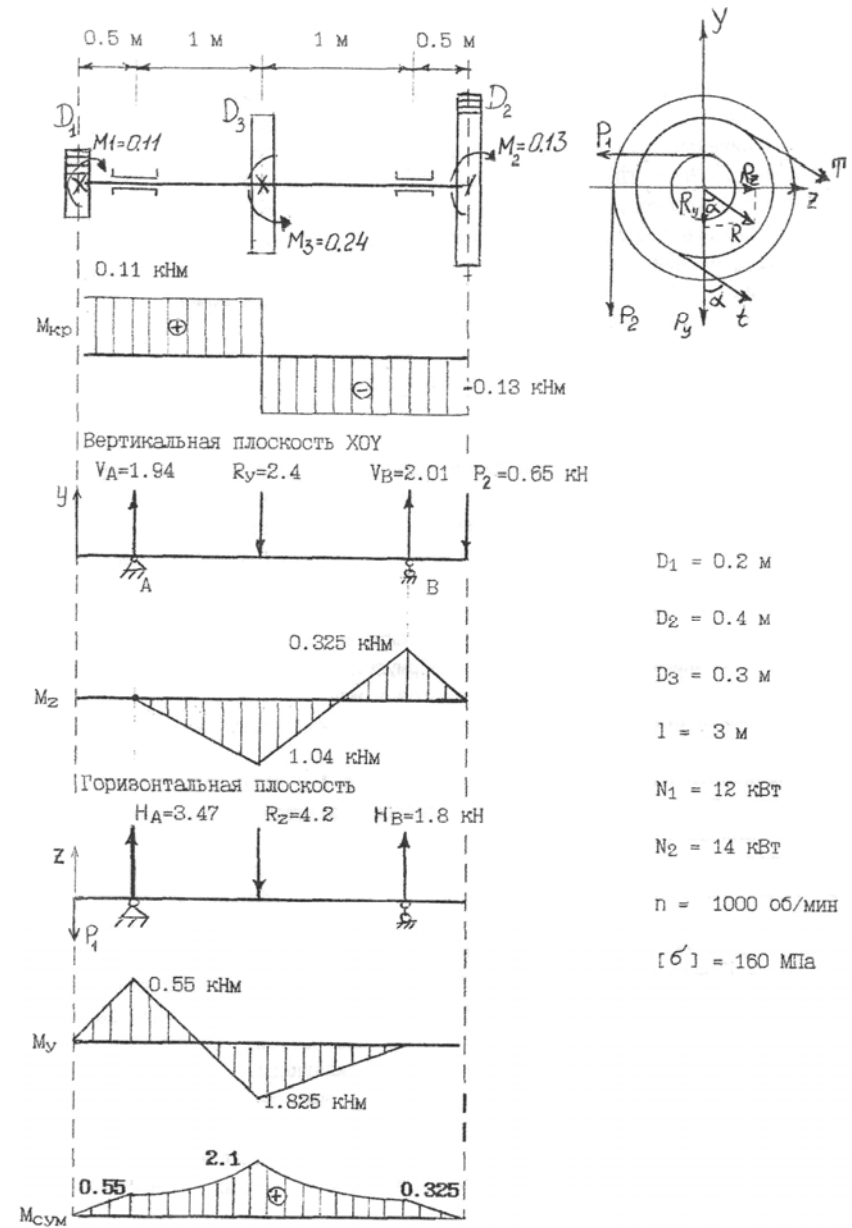
От сил P_1 и P_2 (рис. 6, б, в) вал также испытывает кручение и изгиб, соответственно в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Моменты, скручивающие вал равны:

$$M_{P1} = P_1 D_1/2 \text{ и } M_{P2} = P_2 D_2/2$$

Следовательно, под действием заданных сил вал испытывает кручение и сложный (пространственный) изгиб. Так как в сечениях возникают и нормальные и касательные напряжения, напряженное состояние элемента вала при этом сложное и для расчета используют теорию прочности.

Порядок решения задач следующий:

1. Определить моменты, приложенные к шкивам (или шестерням) по заданным величинам N и n , пользуясь формулой $M_{np} = 9,55 N/n$ кНм, где N – мощность в кВт, n – число оборотов в мин.
2. Построить эпюру крутящего момента, аналогично тому, как это выполнялось в задаче 2.
3. Определить натяжение ведомой ветви ремня t и давление на зубья шестерен P по величинам найденных внешних моментов и заданных диаметров шкивов (шестерен).
4. Определить давление на вал R в местах посадки шкивов и шестерен. Для ременной передачи $R = 3t$, для зубчатой – $R = P$.
5. Сложный изгиб представить в виде 2-х плоских: изгиб в вертикальной плоскости и изгиб в горизонтальной плоскости, для чего силы R и P спроектировать на соответствующие плоскости (вес шкивов не учитывать). Обратите внимание на направление проекций сил. Вычертить схему нагрузки в каждой из этих плоскостей, рассматривая вал как балку на двух опорах (в местах подшипников).
6. Построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил $M_{гор}$ (M_y) и вертикальных $M_{вер}$ (M_z), пользуясь схемами нагрузок.
7. Построить эпюру суммарного изгибающего момента. Для этого нужно рассмотреть несколько сечений вала и определить в них суммарный изгибающий момент $M_{сум} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}$.



$$D_1 = 0.2 \text{ м}$$

$$D_2 = 0.4 \text{ м}$$

$$D_3 = 0.3 \text{ м}$$

$$l = 3 \text{ м}$$

$$N_1 = 12 \text{ кВт}$$

$$N_2 = 14 \text{ кВт}$$

$$n = 1000 \text{ об/мин}$$

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

Рис. 8

Эпюра $M_{\text{сум}}$ всегда положительна. В каждом поперечном сечении вала будет своя плоскость действия суммарного изгибающего момента, но для круглого сечения можно совместить плоскость действия $M_{\text{сум}}$ для всех поперечных сечений с плоскостью чертежа. При построении эпюры $M_{\text{сум}}$ надо учесть, что для некоторых участков, вала она не будет прямолинейной.

8. Найти опасное сечение вала, сопоставив эпюры M_k и $M_{\text{сум}}$ и определить величину максимального эквивалентного момента по третьей теории прочности:

$$M_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{M_{\text{сум}}^2 + M_{\text{кр}}^2}$$

9. Определить диаметр вала из условия прочности и округлить его величину до ближайшего стандартного размера.

На рис. 8 приведены результаты решения задачи для вала с двумя ведомыми шестернями и одним ведущим шкивом.

$$M_1 = 9,6 \frac{N_1}{n} = 0,11 \text{ кНм}, \quad M_2 = 9,6 \frac{N_2}{n} = 0,13 \text{ кНм},$$

$$M_3 = M_1 + M_2, \quad t = \frac{2M_3}{D_3} = 1,6 \text{ кН}.$$

$$P_1 = \frac{2M_1}{D_1} = 1,1 \text{ кН}, \quad P_2 = \frac{2M_2}{D_2} = 0,65 \text{ кН}, \quad R = 3t = 4,8 \text{ кН}.$$

$$R_y = R \cdot \cos \alpha = 2,4 \text{ кН}, \quad R_z = R \cdot \sin \alpha = 4,2 \text{ кН},$$

$$P_z = P_1 = 1,1 \text{ кН}, \quad P_y = P_2 = 0,6 \text{ кН}$$

Из сопоставления эпюр M_k и $M_{\text{сум}}$ видно, что наиболее опасным является сечение вала в месте посадки шкива, т.е. в этом сечении $M_{\text{сум}}$ максимален. Подсчитаем $M_{\text{экв}}$ в этом сечении, затем из условия прочности определим диаметр вала.

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_z} < [\sigma] \quad W_z = 0,1 \cdot d^3$$

Задача № 5. Внецентренное сжатие

На бетонное основание заданной формы поперечного сечения (рис. 9) действует нагрузка от установленных на нем машин, весом P . Учитывая собственный вес основания, определить положение нулевой линии и наибольшее напряжение в опасном сечении основания. Вычертить сечение, показать на нем нулевую линию и построить эпюру напряжений. Данные взять из таблицы 5.

Таблица 5

№ строки	H, м	a, м	b, м	P, кН	Z _p , м	Y _p , м
0	1,9	1,0	1,3	60	0,4	0,3
1	1,0	1,1	2,0	20	0,2	0,4
2	1,2	1,2	1,9	30	0,3	0,3
3	1,4	1,3	1,8	40	0,4	0,2
4	1,8	1,4	1,7	50	0,5	0,1
5	1,8	1,5	1,6	60	0,8	0,4
6	2,0	1,0	1,5	20	0,4	0,3
7	1,3	1,2	1,4	30	0,5	0,2
8	1,5	1,4	1,3	40	0,2	0,4
9	1,7	1,6	1,2	50	0,3	0,2

Методические указания

Так как нагрузки, действующие на фундамент, не проходят через центр тяжести сечения, то фундамент испытывает внецентренное сжатие. В общем случае внецентренное сжатие (растяжение) приводится к осевому сжатию (растяжению) и чистому изгибу (косому или плоскому). Напряженное состояние элемента – простое, следовательно, напряжения определяются алгебраическим сложением

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_{M_z} + \sigma_{M_y} = \frac{N}{F} + \frac{M_z}{I_z} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot z$$

где I_y и I_z – моменты инерции опасного сечения фундамента относительно главных центральных осей.

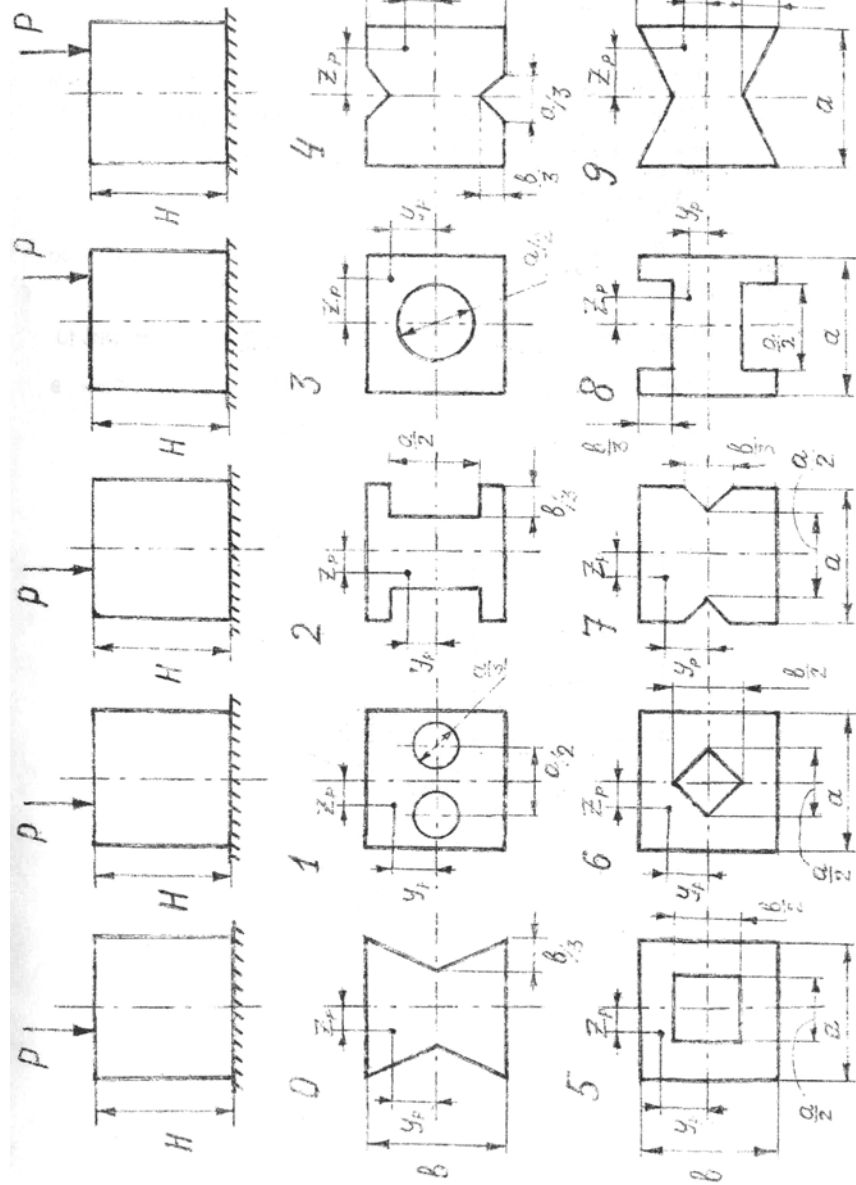


Рис. 9

$$\frac{N}{F} + \frac{M_z}{I_z} \cdot y_0 + \frac{M_y}{I_y} \cdot z_0 = 0 \text{ — уравнение нулевой линии.}$$

Сечение основания имеет две оси симметрии, следовательно эти оси являются главными центральными осями, которые обозначим Y и Z .

Изгибающие моменты в сечении от внешней силы P :

$$M_y = P \cdot Z_p, \quad M_z = P \cdot Y_p, \quad \text{а нормальная сила } N = P.$$

Так как P — сжимающая сила, то в формулах ее нужно брать со знаком минус.

Построение эпюры σ для бетонного основания приведено на рис. 10. Z_0 и Y_0 — отрезки определяющие положение нулевой линии, σ_{max} в точке D , наиболее удаленной от нулевой линии.

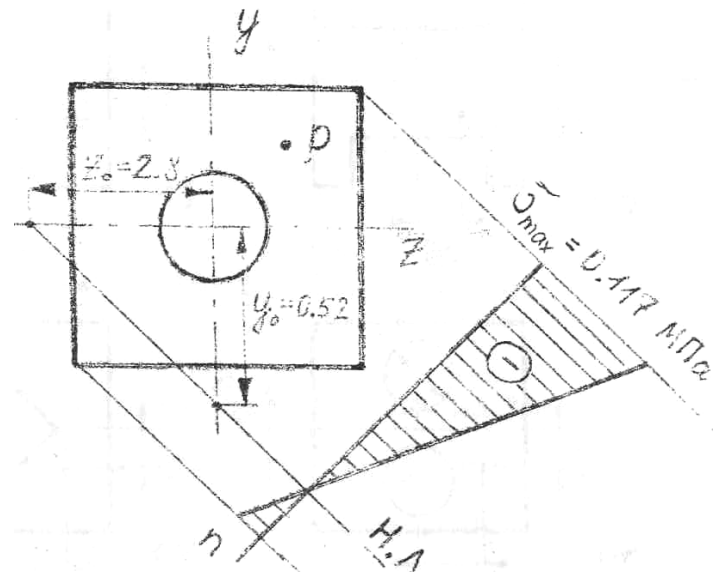


Рис. 10

Задача № 6. Продольный изгиб стержня

Для указанного сечения стойки составленной из нескольких профилей, соединенных планками или прерывистым сварным швом, подобрать сечение из условия устойчивости на продольный изгиб. Профили расположить рационально с точки зрения устойчивости. Определить расстояние между швами или соединительными планками из условия равной гибкости всей конструкции и участка профиля.

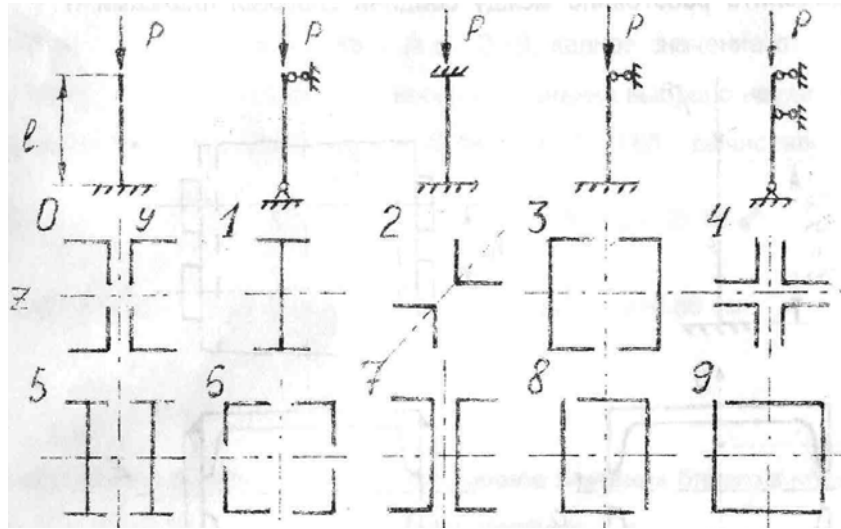


Таблица 7

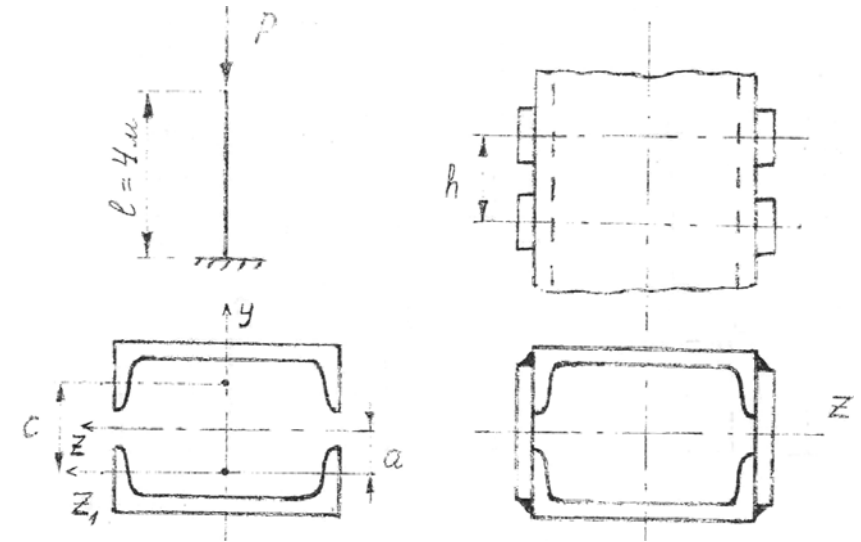
№ строки	Длина стержня	Нагрузк а P, кН	Марка стали	Допускаемое напряжение на сжатие МПа
0	4	700	Ст. 4	175
1	3	800	Ст. 3	160
2	3,5	700	Ст. 4	170
3	4	600	Ст. 5	190
4	4,5	500	Ст. 3	150
5	5	400	Ст. 4	190
6	5,5	800	Ст. 5	210
7	6	350	Ст. 3	170
8	8	400	Ст. 4	180
9	3,5	500	Ст. 5	200

Методические указания

Порядок решения рассмотрим на конкретном примере. Дано: стойка, составленная из 2-х швеллеров, длина $L = 4$ м один конец жестко заделан, второй – свободный, сила $P = 600$ кН.

Подобрать сечение из условия устойчивости на продольный изгиб.

Определить расстояние между соединительными планками h .



Для равноустойчивого сечения: $I_z = I_y$, $I_y = I_y^I$, $I_z = 2(I_{zI}^I + F^I \cdot a^2)$
Изменяя расстояние "а", можно добиться равенства $I_z = I_y$. Так как I_y непосредственно находится из таблицы, то подбор сечения следует вести относительно оси у. Используем практически метод расчета по условию устойчивости на продольный изгиб

$$\frac{P}{F} = \varphi \cdot [\sigma]_c \text{ или } F = \frac{P}{\varphi \cdot [\sigma]_c}$$

Поскольку неизвестны φ и F , то решаем задачу методом последовательных попыток.

1. Принимаем $\varphi_1 = 0,5$, вычисляем $F_1 = \frac{600 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 160} = 0,0075 \text{ м}^2 = 75 \text{ см}^2$

$F_{шв} = 75/2 = 37,5 \text{ см}^2$; по ГОСТ № 27 $F_{таб} = 35,2 \text{ см}^2$; $I_y^1 = 4160 \text{ см}^4$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{F_{таб}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4160}{2 \cdot 35,2}} = 10,9 \text{ см}, \text{ гибкость } \lambda = \frac{\mu \cdot L}{i_y} = \frac{2 \cdot 400}{10,9} = 73$$

Для этого λ определяем по таблице $\varphi = 0,79$, данное значение отличается от принятого ($\varphi_1 = 0,5$), следовательно сечение выбрано неудачно.

2. Принимаем новое значение $\varphi_1 = (0,5 + 0,79)/2 = 0,65$, вычисляем

$$F = \frac{P}{\varphi \cdot [\sigma]_c} = \frac{600 \cdot 10^{-3}}{0,65 \cdot 160} = 57,6 \text{ см}^2; F_{шв} = 57,6/2 = 28,8 \text{ см}^2$$

по ГОСТ № 22 $F_{таб} = 26,7 \text{ см}^2$; $I_y^1 = 2110 \text{ см}^4$; $i = 8,89 \text{ см}$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 400}{8,89} = 90$$

По таблице определяем $\varphi = 0,69$ полученное значение близко к принятому ($\varphi = 0,65$), проверяем выбранный профиль:

$$\sigma_{\max} = \frac{600 \cdot 10^{-3}}{0,69 \cdot 2,9 \cdot 26,7 \cdot 10^{-4}} = 162,8 \text{ МПа}; [\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

$$\Delta\sigma = \frac{162,8 - 160}{160} \cdot 100\% \approx 1\%,$$

что лежит в пределах допустимых значений ($\Delta\sigma < 5\%$)

Расстояние между соединительными стойками определяем из условия λ стойки = λ профиля:

$$h_{\max} = \frac{\mu \cdot L \cdot i_{\min \text{ проф}}}{i_y \cdot \mu_{\text{проф}}} = \frac{2 \cdot 400 \cdot 2,37}{8,89 \cdot 1} = 213 \text{ см}$$

где μ профиля принимаем равным 1, $i_{\min \text{ проф}}$ определяем по ГОСТ для выбранного швелера $i_y = 2,37 \text{ см}$.